

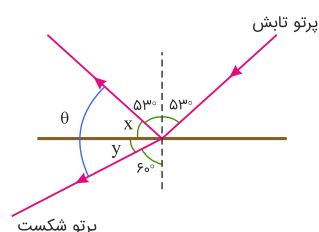
متحرک برای یکبار نوسان کامل باید دو بار طول پاره‌خط را طی کند؛ بنابراین دوره تناوب چنین به دست می‌آید:

$$\frac{20 \text{ بار}}{2 \text{ بار}} \cdot \frac{60}{T} \Rightarrow \frac{2 \times 60}{20} = T \Rightarrow T = 6 \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

از فرمول $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\frac{\pi}{3} = \sqrt{\frac{100}{m}} \Rightarrow \frac{\pi^2}{9} \times m = 100 \Rightarrow m = \frac{900}{\pi^2} = \frac{900}{10} = 90 \text{ kg}$$

گام اول: چون زاویه جبهه‌های شکست با سطح مشترک بیشتر از زاویه جبهه‌های موج تابیده با سطح مشترک است، تندی موج شکست بیشتر از موج تابیده شده است. بنابراین تندی موج در آب بیشتر از هوا است که صوت (موج مکانیکی) این ویژگی را دارد.



گام دوم: نمودار پرتویی را رسم می‌کنیم.

$$\theta = x + y = (90 - 53) + (90 - 60) = 37 + 30 = 67^\circ$$

چون جسم را 30 cm از وضعیت تعادل خارج کرده‌ایم، پس دامنه نوسان 30 cm یا 0.3 m است؛ پس گزینه‌های "۱" و "۳" نمی‌توانند درست باشند. حالا بسامد زاویه‌ای را از رابطه $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400\pi^2}{4}} = 10\pi \text{ Rad/s}$$

$$\Rightarrow y = A \cos \omega t = 0.3 \cos 10\pi t$$

دامنه حرکت تأثیری در دوره تناوب آن ندارد.

انرژی جنبشی نوسانگر حین عبور از وضع تعادل برابر با انرژی مکانیکی آن است $K_{\max} = E = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$ که طبعاً با دو برابر شدن دامنه چهار برابر خواهد شد.

زاویهٔ آخرین بازتابش هر کدام از پرتوها را جداگانه از روی شکل پیدا می‌کنیم و در نهایت اختلاف دو زاویه را محاسبه می‌کنیم:

پرتوی $S'I'$ با زاویهٔ ۶۵° آخرین بازتاب را از آینه‌ها انجام می‌دهد.

پرتوی SI با زاویهٔ ۵۰° آخرین بازتاب را از آینه‌ها انجام می‌دهد.

$۱۵^\circ = ۶۵ - ۵۰ =$ اختلاف زاویه آخرین پرتوهای بازتابش

با استفاده از رابطهٔ $\beta_2 - \beta_1 = ۱۰ \log \frac{I_2}{I_1}$ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\beta_2 - \beta_1 &= ۱۰ \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = ۱۰ \log \frac{1}{4} \\ \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 &= ۱۰ \log ۲^{-2} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = -20 \log 2 \\ \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 &= -20 \times 0.3 \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = -6 \text{ dB}\end{aligned}$$

می‌دانیم که پس از مدت t_A ثانیه موج از چشمه به نقطهٔ A می‌رسد؛ بنابراین وضعیت نقطهٔ A در هر لحظه همان وضعیت چشمه در t_A ثانیه قبل از آن است یعنی در لحظهٔ $(t - t_A)$

$$\begin{aligned}t_A &= \frac{x}{v} = \frac{5}{۲۰} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ s} \\ t - t_A &= 4 - 0.25 = 3.75 \text{ s}\end{aligned}$$

چون تغییر محیط نداریم $v_1 = v_2$ تندی ثابت است:

$$\begin{aligned}v &= \lambda f \Rightarrow \lambda_1 f_1 = \lambda_2 f_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{f_2}{f_1} \xrightarrow{\lambda_2 = \frac{1}{5} \lambda_1} \frac{f_2}{f_1} = 5, \quad \frac{A_2}{A_1} = 5 \\ \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} &= \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{\bar{P}_2}{\bar{P}_1} = (5)^2 \times (5)^2 = 625\end{aligned}$$

با استفاده از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ می توان نوشت:

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2/5}} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{m}{2/5} \Rightarrow m = 0.25 \text{ kg} = 250 \text{ g}$$

مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی یا همان توان متوسط در یک موج مکانیکی با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) متناسب است.

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = \left(\frac{2A_1}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{2f_1}{f_1}\right)^2 = 4 \times 4 = 16 \Rightarrow P_2 = 16P_1$$

ابتدا معادله مکان نوسانگر را به دست آورده و سپس بُعد موردنظر را جایگذاری می‌کنیم:

$$f = 4 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi f = 2\pi \times 4 = 8\pi \text{ rad/s}$$

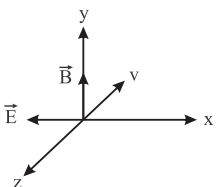
$$A = 6 \text{ cm}$$

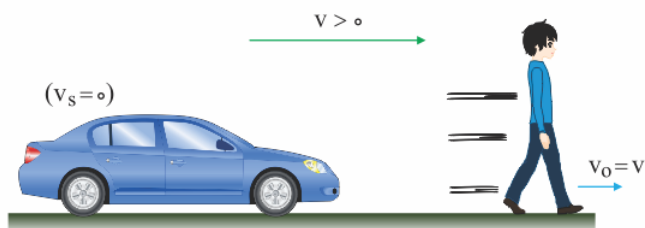
$$x = A \cos \omega t \Rightarrow x = 0.06 \cos 8\pi t \xrightarrow{x=-0.03} -0.03 = 0.06 \cos 8\pi t$$

$$\cos 8\pi t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} 8\pi t = \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{حرکت کند شونده} \times \\ 8\pi t = \pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \text{حرکت تند شونده} \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow 8\pi t = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{6} \text{ s}$$

با اعمال قانون دست راست میدان مغناطیسی باید در جهت $+y$ باشد و چون در این لحظه میدان الکتریکی بیشینه است، میدان مغناطیسی نیز باید بیشینه باشد.





با توجه به صورت سؤال، شخص صدای چشمه را نمی‌شنود، چون با همان سرعت صوت، از چشمه دور می‌شود و صدا به آن نمی‌رسد.

$$\text{اگر: } \begin{matrix} v_o \\ \downarrow \\ \text{سرعت شخص} \end{matrix} > v \Rightarrow \begin{matrix} f_o \\ \downarrow \\ \text{فرکانس شخص} \end{matrix} < 0$$

در این صورت سبقت سرعت شنونده از سرعت صوت می‌باشد.

زمان سقوط سنگ به ته چاه برابر است با:

$$h = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow 180 = 5t_1^2 \Rightarrow t_1 = 6 \text{ s}$$

زمان رسیدن صدای برخورد سنگ به دهانه چاه برابر است با:

$$h = vt_2 \Rightarrow 180 = 360t_2 \Rightarrow t_2 = 0.5 \text{ s}$$

بنابراین کل زمان رفت و برگشت برابر است با:

$$t = t_1 + t_2 = 6.5 \text{ s}$$

در حرکت نوسانی ساده و در یک دوره تناوب، نوسانگر به مدت $\frac{T}{۲}$ دارای حرکت کندشونده است. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{۲} = ۰/۲ \Rightarrow T = ۰/۴ \text{ s}$$

برای محاسبه انرژی جنبشی هنگام عبور از وضع تعادل می‌توان نوشت:

$$\left. \begin{aligned} K &= K_{\max} = \frac{1}{۲} m v_{\max}^2 \\ v_{\max} &= A\omega = A\left(\frac{۲\pi}{T}\right) = ۰/۱\left(\frac{۲\pi}{۰/۴}\right) = \frac{\pi}{۲} \text{ (m/s)} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow K = \frac{1}{۲} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۳} \times \left(\frac{\pi}{۲}\right)^2 = ۱/۲۵ \times ۱۰^{-۲} \text{ J} = ۱۲/۵ \text{ mJ}$$

بیشترین بسامد مربوط به لحظه‌ای است که منبع با بیشترین سرعت به ناظر نزدیک می‌شود؛ یعنی در نقطه ۰ و کمترین بسامد نیز وقتی است که منبع با بیشترین سرعت از ناظر دور می‌شود (نقطه ۰).

طبق رابطه $v = \frac{۲}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ نتیجه می‌گیریم که سرعت انتشار موج در یک طناب با جذر نیروی کشش آن نسبت مستقیم و با قطر آن نسبت وارون دارد.

$$\frac{v_۲}{v_۱} = \frac{D_۱}{D_۲} \sqrt{\frac{F_۲}{F_۱}} \xrightarrow{F_۲ = \frac{1}{۲} F_۱} \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{D_۱}{\frac{1}{۲} D_۱} \sqrt{\frac{\frac{1}{۲} F_۱}{F_۱}} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۲}{\sqrt{۲}} = \sqrt{۲}$$

فاصله قله و دره متوالی در یک موج برابر با $\frac{\lambda}{۲}$ است. از طرفی رابطه طول موج به صورت $\lambda = \frac{v}{f}$ است. باتوجه به ثابت بودن بسامد می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱} = \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{۲}$$

چون طول موج $\sqrt{۲}$ برابر شده است، بنابراین فاصله قله و دره متوالی هم $\sqrt{۲}$ برابر می‌شود.

باتوجه به شکل موج مکانیکی زاویه جبهه‌های موج مکانیکی شکست با مرز مشترک دو محیط کمتر از زاویه جبهه‌های موج تابش با مرز دو محیط است، بنابراین تندی انتشار موج مکانیکی در محیط A بیشتر از محیط B است. تندی امواج الکترومغناطیسی در محیط‌ها برخلاف امواج مکانیکی است. چون تندی موج مکانیکی در محیط A بیشتر از B است، تندی انتشار موج الکترومغناطیسی در محیط B بیشتر از A است و با ورود پرتو موج الکترومغناطیسی از محیط A به B، پرتو از خط عمود دور می‌شود.

با استفاده از رابطه شتاب در حرکت نوسانی ساده $a = -\omega^2 x$ و قانون دوم نیوتون داریم:

$$F = ma = -m\omega^2 x \Rightarrow 12 = -(100 \times 10^{-3})(20\pi)^2 \times x$$

$$12 = -0.1 \times 400\pi^2 x \Rightarrow x = -0.03 \text{ m}$$

حال می‌توان با استفاده از معادله مکان-زمان نوسانگر، لحظات موردنظر را به دست آورد.

$$x = -0.03 \Rightarrow 0.06 \cos 20\pi t = -0.03 \Rightarrow \cos 20\pi t = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 20\pi t_1 = \cos \frac{2\pi}{3} \Rightarrow 20\pi t_1 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{30} \text{ s} \\ \cos 20\pi t_2 = \cos \frac{4\pi}{3} \Rightarrow 20\pi t_2 = \frac{4\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{1}{15} \text{ s} \end{cases}$$

هنگامی که نوسانگر از مرکز نوسان عبور می‌کند، فقط انرژی جنبشی دارد؛ لذا انرژی مکانیکی نوسانگر برابر با انرژی جنبشی نوسانگر در آن لحظه است؛ یعنی داریم:

$$E = K + U = K_{\max} + 0 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times 16 = 1/6 \text{ J}$$

برای محاسبه تندی نوسانگر هنگامی که انرژی پتانسیل کشسانی آن $1/2$ ژول است، می‌توان نوشت:

$$E = K + U \Rightarrow 1/6 = K + 1/2 \Rightarrow K = 0/4 \text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 0/4$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{2}{10}mv^2 = 0/4 \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

برای تغییر تراز شدت صوت از این رابطه باید استفاده شود:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} = 10 \log \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{f_2}{f_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

نکته : $\frac{f_2}{f_1} = \frac{T_1}{T_2}$

بررسی تک تک گزینه‌ها:

$$۱) \frac{A_2}{A_1} = ۴, \quad \frac{f_2}{f_1} = ۲ \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{f_2}{f_1} \right)^2 = 10 \log (۴ \times ۲)^2$$

$$= 10 \log (۲^۳)^2 = ۶۰ \log ۲ = ۰/۳ \times ۶۰ = ۱۸ \text{ dB}$$

$$۲) \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{f_2}{f_1} \right)^2 = 10 \log (۳ \times ۲)^2 = ۲۰ \left[\log_{۰/۵} ۳ + \log_{۰/۳} ۲ \right] = ۱۶ \text{ dB}$$

$$۳) \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{T_1}{T_2} \times \frac{r_1}{r_2} \right)^2 = 10 \log (۵ \times ۲ \times ۲)^2 = ۲۰ \log (۲۰)$$

$$= ۲۰ [\log ۱۰ + \log ۲] = ۲۰ [۱ + ۰/۳] = ۲۶ \text{ dB}$$

$$۴) \Delta\beta = 10 \log \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{T_1}{T_2} \right)^2 = 10 \log \left(۶ \times \frac{۱}{۶} \right)^2 = ۰$$

ابتدا بسامد زاویه‌ای نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۵} = ۴\pi \text{ (rad/s)}$$

$$k = m\omega^2 = (۵۰ \times ۱۰^{-۳}) \times (۴\pi)^2 = ۵ \times ۱۰^{-۲} \times ۱۶\pi^2$$

$$\xrightarrow{\pi^2=۱۰} k = ۵ \times ۱۰^{-۲} \times ۱۶ \times ۱۰ = ۸ \text{ (N/m)}$$

$$\text{انرژی مکانیکی اولیه نوسانگر : } E_1 = \frac{1}{2} k A_1^2 = \frac{1}{2} \times ۸ \times (۲ \times ۱۰^{-۲})^2$$

$$= ۴ \times ۴ \times ۱۰^{-۴} = ۱۶ \times ۱۰^{-۴} \text{ (J)}$$

$$\text{انرژی مکانیکی ثانویه : } E_2 = \frac{1}{2} k A_2^2 = \frac{1}{2} \times ۸ \times (۳ \times ۱۰^{-۲})^2$$

$$= ۴ \times ۹ \times ۱۰^{-۴} = ۳۶ \times ۱۰^{-۴} \text{ (J)}$$

$$\text{انرژی منتقل شده : } \Delta E = E_2 - E_1$$

$$\Rightarrow \Delta E = ۳۶ \times ۱۰^{-۴} - ۱۶ \times ۱۰^{-۴} = ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \text{ (J)} = ۲ \times ۱۰^{-۳} \text{ (J)}$$

تفاوت حداقل و حداکثر طول فنر برابر است با خط نوسان یا دو برابر دامنه حرکت:

$$2A = 50 \text{ cm} - 30 \text{ cm} = 20 \text{ cm} \Rightarrow A = 10 \text{ cm}$$

با داشتن ثابت فنر و جرم می‌توان بسامد زاویه‌ای را محاسبه کرد:

$$k = m\omega^2 \Rightarrow 80 = 0.2\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 400 \Rightarrow \omega = 20 \text{ rad/s}$$

$$k = 0.8 \text{ N/cm} = 80 \text{ N/m}$$

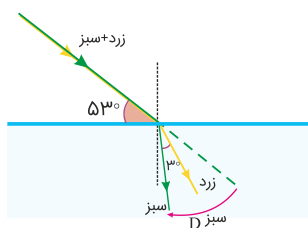
در نهایت شتاب نوسانگر به دست می‌آید. دقت کنید که بعد نوسانگر، (فاصله آن در هر لحظه با وضع تعادل) یعنی میانه حداکثر و حداقل طول فنر است.

$$|a| = \omega^2 x = 400 \times 0.05 = 20 \text{ m/s}^2$$

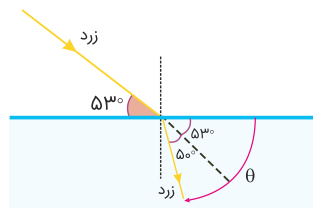
$$(x = 45 - 40 = 5 \text{ cm})$$

می‌دانیم که تندی نور در هوا بیشتر از سایر محیط‌های شفاف است. بنابراین پرتوها با عبور از سطح مشترک به خط عمود بر سطح مشترک نزدیک می‌شوند. همچنین می‌دانیم که ضریب شکست محیط برای نور سبز بیشتر از نور زرد است، بنابراین انحراف این پرتو بیشتر از انحراف نور زرد است و شکل پرتوهای شکست مطابق شکل زیر خواهد بود.

باتوجه به اینکه زاویه انحراف بر پرتو سبز $D_{\text{سبز}} = 8^\circ$ است، زاویه انحراف پرتو زرد $\hat{D}_{\text{زرد}} = 8 - 3 = 5^\circ$ است. بنابراین زاویه پرتو زرد با مرز مشترک برابر است با:



$$\theta = 53 + 5 = 58^\circ$$



$$\begin{cases} T = \frac{t}{n} = \frac{3600 \text{ s}}{180} = 20 \text{ s} & \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \\ \text{طول پاره خط} = 2A \Rightarrow \text{نصف طول پاره خط} = A \Rightarrow A = 10 \text{ cm} = \frac{10}{100} \text{ m} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = A \cos(\omega t) \Rightarrow x = \frac{10}{100} \cos\left(\frac{\pi}{10} t\right)$$

عموماً ضریب شکست یک محیط برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است.

تشدید در یک بسامد خاص رخ می‌دهد. البته در محدودهٔ بسامدهای نزدیک به این بسامد خاص هم دامنه به شدت افزایش می‌یابد اما نه در محدودهٔ وسیعی از بسامدها.

باتوجه به نمودار از ثانیهٔ ۱ تا ثانیهٔ ۲ نوسانگر به اندازهٔ $\frac{T}{۲}$ حرکت کرده است همچنین داریم:

$$F_{\max} = ۱۰ \text{ N}$$

$$\frac{T}{۲} = ۱ \Rightarrow T = ۲ \text{ s} \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \omega = \frac{۲\pi}{۲} \Rightarrow \omega = \pi \text{ rad/s}$$

$$F_{\max} = mA\omega^2 \Rightarrow ۱۰ = ۱ \times A \times \pi^2 \xrightarrow{\pi^2 = ۱۰} A = ۱ \text{ m}$$

$T = ۲ \text{ s}$ و چون در این مدت به اندازهٔ $۴A$ حرکت کرده است پس در مدت ۴ ثانیه به اندازهٔ $۸A$ حرکت می‌کند.

$$T \propto ۴A \Rightarrow ۲T \propto ۸A \xrightarrow{A=۱} ۸ \times ۱ = ۸ \text{ m}$$